

Из истории математики

К курсу математики «Учусь учиться» для 5 – 6 классов Г. В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон

Эти статьи дополняют материалы из истории математики в наших учебниках. Они помогут познакомиться с биографией известных ученых, углубиться в ту или иную эпоху из истории математики. Чтобы сделать чтение более интересным (и полезным!), мы заложили в эти тексты несколько ошибок, которые самые внимательные из вас обязательно смогут найти¹. Рекомендуем вам именно так, *критически*, относиться к любой информации, которую вы изучаете.

Замечание. Авторы рекомендуют обратиться к материалам по истории математики в ходе повторения курса в конце 6 класса. Однако при желании учитель может знакомить школьников с этими материалами по мере изучения соответствующих тем в учебнике. С этой целью в текстах указаны пункты учебников, когда можно вводить соответствующий материал.

5 класс, часть 1

Глава 1. Математический язык

§ 1. Математические выражения

1. Запись, чтение и составление выражений

Повторение курса начальной школы.

Как люди научились считать

Арифметика каменного века

Числа и действия с ними не были придуманы каким-то одним человеком. Ещё в самые отдалённые времена людям понадобились арифметические знания, чтобы определять, когда надо засеять поля, начинать полив, когда ждать потомства от животных. Надо было знать, сколько овец в стаде, сколько мешков зерна положено в амбары.

Однако первобытные люди не умели считать. И вот много тысяч лет тому назад древние пастухи стали использовать различные предметы – по одному на каждую овцу. Чтобы узнать, не пропала ли за день хоть одна овца, пастух откладывал в сторону по одному предмету каждый раз, когда очередное животное проходило в загон. И только убедившись, что вернулось столько же овец, сколько было предметов, он спокойно шёл спать.

¹ Чтобы найти ошибку, вам нужно просто внимательно читать текст. Иногда вы можете найти ошибку, сопоставив имеющийся текст с источником, указанным под каждой из статей. Можно воспользоваться и другими источниками информации.

Но в стаде у первобытных людей были не только овцы – они пасли и коров, и коз, и ослов. Поэтому пришлось делать из глины и другие фигурки. А земледельцы с помощью глиняных фигурок, камушков, зарубок вели учёт собранного урожая. Они отмечали, сколько мешков зерна положено в амбар, сколько кувшинов масла выжато из оливок, сколько соткано кусков льняного полотна. Объединяя группы предметов и находя их части, они решали простейшие задачи на сложение и вычитание. Так древние люди готовились к освоению счёта и действиям с числами.

Числа начинают получать имена

Переключивать камушки и глиняные фигурки с места на место было довольно утомительным занятием. Но прошло много тысячелетий, прежде чем люди научились пересчитывать предметы.

Для этого им пришлось придумать названия для чисел.

О том, как появились имена у чисел, учёные узнают, изучая языки различных племён и народов. Например, оказалось, что у нивхов, живущих на Сахалине, числительные зависят от того, какие предметы считают. Важную роль играет форма предмета, так что по-нивхски в сочетаниях «два яйца», «два камня», «два глаза» и т. д. числительные различны. Одному и тому же русскому слову «два» у них соответствует несколько десятков различных слов. Нечто подобное было и у древних людей. И должно было пройти много столетий, а может быть, и тысячелетий, прежде чем одни и те же числительные стали применять к предметам любого вида. Вот тогда и появились общие названия для чисел.

Сначала названия получили только числа 1 и 2. Название для числа «один» связывалось обычно со словом «солнце», а название для числа «два» – с предметами, встречающимися попарно: крыльями, ушами и т. д. Но бывало, что числам 1 и 2 давали иные имена. Иногда их связывали с местоимениями «я» и «ты».

А были языки, где «один» звучало так же, как «мужчина», а два – как «женщина». У некоторых племён ещё совсем недавно не было других числительных, кроме «один» и «два». А всё, что шло после двух, называлось «много». Но потом понадобилось называть и другие числа. Ведь и собак у охотника, и стрел у него, и овец у пастуха может быть больше, чем две. И тут придумали замечательный выход: числа стали называть, повторяя несколько раз названия для единиц и двоек.

Например, на языке некоторых папуасских племён, живущих на острове Новая Гвинея в Тихом океане, и сейчас числительное «один» звучит «урапун», «два» – «окоза», а число 3 они называют «окоза-урапун», число 4 – «окоза-окоза». Так они дошли до числа 6, которое получило имя «окоза-окоза-окоза». А

дальше у них идёт уже знакомое нам название «много» (конечно, папуаски). И 10 у них «много», и 100 тоже «много».

Позднее другие племена дали особое имя числительному, которое мы называем «три». А так как до того они считали «один», «два», «много», то это новое числительное стали применять вместо слова «много». И сейчас мать, рассердившись на сына, говорит ему: «Что, я три раза должна повторять одно и то же!» Русская поговорка говорит: «Обещанного три года ждут». А в сказках злой царь посылает героя искать Кощея Бессмертного «за тридевять земель, в тридесятое царство». Иногда числом 3 обозначали окружающий человека мир – его делили на земное, подземное и небесное царства. Поэтому число 3 стало у многих народов священным. Когда они придумывали легенды о богах, то выделяли из них трёх самых главных. В русских сказках число 3 также играло особую роль. Во многих из них участвуют три брата, герой сражается с трёхглавым змеем, проходит три царства – медное, серебряное и золотое. Число 4 встречается в сказках куда реже. Но о том, что и оно на каком-то этапе развития играло особую роль, можно судить по русской грамматике. Мы говорим: «одна лошадь», «две лошади», «три лошади», «четыре лошади». Казалось бы, всё хорошо: после единственного числа идёт множественное. Но, начиная с пяти, мы говорим «пять лошадей», «шесть лошадей», и будь их хоть миллион, а всё равно – «лошадей». Значит, когда-то за числом 4 и в русском языке начиналась необозримая область «много». На более поздних этапах в роли слова «много» выступало число 7.

Об этом говорят различные поговорки и пословицы: «Семеро одного не ждут», «Семь раз отмерь – один отрежь», «Один с сошкой – семеро с ложкой», «Семь бед – один ответ», «Лук от семи недуг» и т. д. Так постепенно люди осваивали счёт.

Первые названия чисел некоторые племена стали применять 20–25 тысяч лет тому назад. А вот слово для обозначения числа 1000 возникло лишь 5–7 тысяч лет назад.

Живая счётная машина

Чем больше зерна собирали люди со своих полей, чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа становились им нужны. Попробуйте сказать слово «сто», пользуясь папуасскими названиями «урапун» и «окоза». Придётся 50 раз повторить слово «окоза». Нет, тут был необходим совершенно другой подход! И старые методы счёта вытеснил новый метод – счёт по пальцам.

Пальцы оказались прекрасной вычислительной машиной. С их помощью можно было сосчитать до 5, а если взять две руки, то и до 10. Затем люди

сделали следующий шаг вперёд и научились считать десятками. Правда, для этого пришлось приглашать сразу много счётчиков.

Знаменитый русский исследователь Новой Гвинеи Миклухо –Маклай должен был однажды объяснить папуасам, через сколько дней вернётся к ним его корабль «Витязь». Для этого он нарезал кусочки бумаги, а папуасы должны были их сосчитать: «Первый, раскладывая кусочки бумаги на колене, при каждом обрезке повторял “наре, наре” (один, один); другой повторял слово “наре” и загибал при этом палец сначала на одной, затем на другой руке. Насчитав до 10 и согнув пальцы обеих рук, опустился на колени, проговорив: “две руки”, причём третий папуас загнул один палец руки. Со вторым десятком было сделано то же, причём третий папуас загнул второй палец; то же самое было сделано для третьего десятка; оставшиеся бумажки не составляли четвёртого десятка и были оставлены в стороне ». Итак, чтобы сосчитать всего лишь до 30, пришлось работать трём папуасам.

Пальцы оказались так тесно связаны со счётом, что на древнегреческом языке «считать» выражалось словом «пятерить». В русском языке слово «пять» напоминает «пясть» – часть кисти руки.

Сорок и шестьдесят

Похоже на то, что скачок от десятка к сотне был сделан не сразу. Следующим за 10 узловым числом у одних народов стало число 40, а у других – число 60. Одно и то же милое существо называют по-русски и «сороконожка », и «многоножка », и даже «тысяченожка». Все эти названия говорят об одном: ног у этого существа много.

Часто встречается число 40 и в старинных сказаниях. По одному из них, во время Всемирного потопа дождь шёл 40 дней и 40 ночей. Число 40 играло важную роль и в старой русской системе мер: в пуде считалось 40 фунтов, в бочке – 40 вёдер и т. д. То, что это число играло столь важную роль у русских и их предков, можно объяснить тем, что раньше в их жизни особое значение имело число 4. Поэтому, когда начали считать десятками, то именно 4 десятка стало самым большим числом. Но были народы, у которых в самой глубокой древности счёт шёл до шести. Когда они перешли на счёт десятками, то особое имя получили у них не 4, а 6 десятков. Так случилось у шумеров и древних вавилонян. От них почитание числа 60 перешло к древним грекам. Но самое удивительное, что следы счёта десятками сохранились до наших дней. Ведь до сих пор мы делим час на 60 минут, а минуту – на 60 секунд. Так что самые точные часы хранят в себе память о глубокой древности. Но потребности людей в больших числах росли и росли. Наступил момент, когда уже и 40, и 60, и даже 100 перестали казаться слишком большими числами. Тогда для того, чтобы сказать «очень много », стали говорить «сорок сороков » или

«шестьдесят шестидесятков». А у народов, пользующихся сотней, идею большого количества чего-либо воплощала «сотня сотен». В русском языке она получила название «тьма» от монгольского «тумен», то есть отряд в 10 000 воинов. И сейчас, увидев большую толпу, мы восклицаем: «Народу – тьма!» или даже «Тьма-тьмущая!»

Операции над числами

С операциями сложения и вычитания люди имели дело задолго до того, как числа получили имена. Когда несколько групп рыболовов или сборщиков корней складывали в одно место свою добычу, они, по сути, объединяли непересекающиеся множества. А когда из собранных орехов часть шла в пищу, люди находили оставшуюся часть множества – запас орехов уменьшался. Таким образом создавалась основа для сложения и вычитания чисел. С операцией умножения люди познакомились, когда стали сеять хлеб и увидели, что собранный урожай в несколько раз больше, чем количество посеянных семян. Говорили: собрали урожай «сам-двадцать» (в двадцать раз больше, чем посеяли), «сам-сорок» и т. д. Наконец, когда добытое на охоте мясо делили поровну между всеми членами племени, выполняли операцию деления. Сами названия этих операций показывают, с какими действиями над предметами они связаны. Но должны были пройти тысячелетия, пока люди осознали, что, выполняя действия с группами предметов, они повторяют одни и те же операции. Они поняли, что каждый раз, когда кладут рядом два ореха и два ореха, получается 4 ореха, и что это верно и при сложении двух пальм с двумя пальмами, и двух рыб с двумя рыбами. Так люди узнали, что «два плюс два равно четырём». Постепенно, накапливая такие знания, они обучались выполнять действия над всё большими и большими числами. Таким путём возникло учение о числах, необходимое для решения самых разнообразных практических задач.

Система счисления

Когда людям приходилось считать на пальцах очень большие совокупности предметов, к счёту привлекали больше участников. Один считал единицы, второй – десятки, а третий – сотни, то есть десятки десятков. Он загибал один палец лишь после того, как у второго участника счёта оказывались загнутыми все пальцы обеих рук. Такой счёт единицами, затем десятками, затем десятками десятков, а там десятками сотен и т. д. лёг в основу системы счисления, принятой почти у всех народов мира. Она называется **десятичной системой**. Сначала говорили так: пять пальцев третьего человека, восемь пальцев второго и шесть пальцев первого. Но ведь это сколько времени надо произносить! Поэтому постепенно стали произносить короче. Вместо «палец



второго человека» появилось слово «десять », а вместо «палец третьего человека» – «сто». Вот и получилось: пятьсот восемьдесят шесть. Сейчас десятичная система счисления применяется почти повсеместно. Но и теперь есть ещё племена, которые довольствуются при счёте пальцами одной руки. У них система счисления оказалась **пятеричной**. В странах, где люди ходили босиком, по пальцам легко было считать до 20. Поэтому довольно большое распространение получила **двадцатеричная** система счисления. Следы этого сохранились, например, во французском языке, где слово «восемьдесят » звучит как «четыре раза двадцать ». Самым серьёзным соперником десятичной системы счисления оказалась **двенадцатеричная**. Вместо десятков применяли при счёте дюжины, то есть группы из 12 предметов. Во многих странах даже теперь некоторые товары, например ножи, ложки, вилки, продают дюжинами. В чайный сервиз, как правило, входит по 12 чашек и 12 блюдец.

Кстати, в торговле ещё в начале нашего века применяли и дюжину дюжин, которую называли гроссом (большой дюжиной). Так что, пересчитав предметы в двенадцатеричной системе, можно было сказать: пять гроссов, восемь дюжин и ещё шесть предметов. В нашей системе обозначений это число $144 \cdot 5 + 12 \cdot 8 + 6 = 822$. Откуда же взялся интерес к дюжине? В древних памятниках письменности число 12 встречается часто и всегда в какой-то особой роли. То у пророка оказывается ровно 12 последователей, то герой должен совершить как раз 12 подвигов, чтобы искупить свою вину. Год разделён на 12 месяцев, и даже Гулливер в книге Свифта в 12 раз выше, чем его лилипуты, и в 12 раз ниже, чем великаны. Чем объяснить такое почтительное отношение к числу 12? Ответить на этот вопрос помогла учёным глиняная табличка, на которой был записан самый древний шумерский счёт. Оказывается, шумеры считали в древности не по пальцам, а по суставам пальцев. А на каждом пальце руки, кроме большого, по 3 сустава – всего 12. Несколько раз совершалась попытка ввести двенадцатеричную систему, то есть вместо десятков считать дюжинами и гроссами. Однако дальше разговоров дело не пошло: непосильной оказалась задача переучить всех на новые обозначения и правила счёта. Разумеется, победа новой десятичной системы счисления над всеми соперницами объясняется тем, что у человека на каждой руке по 5 пальцев. Было бы их по шесть, считали бы мы не десятками, а дюжинами. А если бы у нас, как у лошадей, на руках и ногах были копыта, то арифметика была бы такой же, как у папуасов, – мы считали бы парами. Но странные повороты делает история! Именно **двоичная** система счисления оказалась самой полезной для современной техники. На основе двоичной системы счисления работают современные компьютеры.


Первые цифры

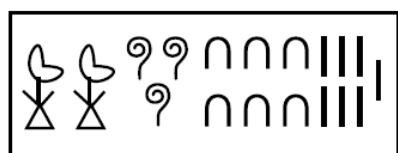
Долгое время после того, как появились названия чисел, люди их не записывали. Причина для этого была самая уважительная – они ещё не умели писать. Поэтому, если кому-нибудь надо было переслать другому человеку сведения, где участвовали числа, прибегали к зарубкам на дереве или на кости, к узелкам на верёвках, рисункам на мягкой глине и т. д. Такие знаки уже нельзя было перекладывать с места на место, убирать одни и добавлять другие. Вместо этого приходилось думать, мысленно выполнять операции над знаками. Но всё же это ещё не была настоящая арифметика. Знаки на глине обозначали не числа, а предметы – головы скота, мешки с зерном, кувшины масла. Их приходилось изображать столько же, сколько было предметов. С этим ещё можно было мириться, пока учёт вёлся в пределах одного хозяйства, одной деревни. Но когда возникли государства, старые методы обозначения чисел стали негодными. Для записи больших чисел уже нельзя было обойтись ни зарубками на бирках, ни узелками, ни глиняными фигурками. И вот примерно 5 тысяч лет тому назад было сделано замечательное открытие. Люди догадались, что можно обозначать знаком не одну голову скота, а сразу 10 или 100 голов, не один мешок зерна, а сразу 6 или 60 мешков.

Например, **египтяне** обозначали десяток знаком \cap (единицу они обозначали просто вертикальной чёрточкой $|$, как это делаем и мы), десять десятков, то

есть сотню, – знаком, похожим на . Появились знаки для тысячи ,

десять тысяч , ста тысяч  и миллиона . Чтобы написать какое-

нибудь число, египетский писец бесхитростно писал столько раз знак , сколько в этом числе тысяч, затем столько раз, сколько в оставшейся части сотен, и т. д.





Запись, показанная на таблице, означала, что в числе 2 тысячи, 3 сотни, 6 десятков и 7 единиц. Значит, в нашей нумерации это число 2367.

Писать много раз один и тот же знак, разумеется, весьма неудобно. Более экономной является **позиционная** система записи чисел, где имеет значение не только начертание цифры, но и её позиция, положение среди других цифр. Позиционной является современная система записи чисел, которую мы

изучаем в школе. Например, в числе 18 цифра 8 означает 8 единиц, в числе 82 – 8 десятков, или 80 единиц, а в числе 875 – 8 сотен, или 800 единиц.

Первая позиционная система записи чисел появилась в **Вавилоне**. Единица в

ней обозначалась знаком, похожим на клин , а десяток – знаком .

Дальше вавилоняне поступили почти так же, как это делаем сейчас мы. Запись



означала 3 единицы высшего разряда (то есть 3 раза по 60), а дальше шло обозначение числа 25. Поэтому на табличке записано число: $60 \cdot 3 + 25 = 205$. Так что в основном разница между вавилонской и современной записью чисел была в одном: вместо числа 10 вавилоняне приняли за основу системы счисления число 60. Но было ещё одно отличие, делавшее вавилонскую систему записи не совсем удобной: вавилоняне долгое время не знали нуля! Из-за этого запись числа 205 можно было прочесть совсем по-другому. Представьте, что у нас нет нуля и мы не различаем запись чисел 47, 407, 470, 4007 и т. д. Вот и вавилонским писцам трудно было разбираться, какое именно число записано.

Немало различных способов записи чисел было создано людьми. В **Древней Руси** числа обозначали буквами с особым знаком (титло), который писали над буквой. Первые 9 букв алфавита обозначали единицы, следующие 9 букв – десятки, а последние 9 букв – сотни. Число 10 тысяч называли словом «тьма». Вот некоторые из этих обозначений:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10 000
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
											Ѧ тьсяча	Ѧ тьма

Всем известны римские цифры, которые употреблялись в **Древнем Риме** уже 2500 лет назад:

1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

Остальные числа записываются этими цифрами с применением сложения и вычитания.

Так, например, число XXVII означает 27, так как $10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27$. Если меньшая по значению цифра (I, X, C) стоит перед большей, то её значение вычитается. Например, IV означает 4 ($5 - 1 = 4$), IX означает 9 ($10 - 1 = 9$), XC означает 90 ($100 - 10 = 90$). Таким образом, число MMXIV можно записать

2014, поскольку $1000 + 1000 + 10 + (5 - 1) = 2014$. Римские цифры используют в настоящее время довольно редко, в основном для обозначения порядковых числительных.

Открытие нуля

Интересны были различные методы обозначения чисел, придуманные египтянами и вавилонянами, греками и римлянами. Но у всех этих методов был один недостаток: по мере увеличения чисел нужны были всё новые и новые знаки. Один из величайших древнегреческих математиков Архимед научился называть громадные числа, но обозначать их он не умел. Не хватало ему самой малости. Архимед, один из гениальнейших математиков в истории человечества, не додумался до... нуля! Знакомясь в первом классе с числом 0, вряд ли кто-нибудь себе представлял, что это одно из величайших изобретений в математике. Только после того, как люди научились обозначать пропущенные разряды в позиционной записи чисел, они получили в руки могучее орудие познания природы. Без нуля не были бы возможны многие современные научные достижения, например полёты на космических кораблях и изобретение компьютеров. Впервые нуль был придуман вавилонянами примерно две тысячи лет тому назад. Но они применяли его лишь для обозначения пропущенных разрядов в середине числа. Писать нули в конце записи числа они не догадались. В Индии примерно в IX веке нуль был присоединён к девяти цифрам, и появилась возможность обозначать этими десятью цифрами любое число, как бы велико оно ни было. И самое главное, запись таких гигантских чисел стала довольно короткой. Если бы живший 30 тысячелетий тому назад древний человек имел представление о миллионе и захотел бы изобразить это число с помощью зарубок, делая одну зарубку в минуту по 8 часов каждый день, ему потребовалось бы для этого около 6 лет. Теперь же вся запись уместается в одной строке. Приведём названия некоторых больших чисел с указанием числа нулей после единицы.

Название класса	Число нулей	Запись числа
Тысяча	3	1000
Миллион	6	1 000 000
Миллиард (биллион)	9	1 000 000 000
Триллион	12	1 000 000 000 000
Квадриллион	15	1 000 000 000 000 000
Квинтиллион	18	1 000 000 000 000 000 000

Индийской системой обозначений мы пользуемся до сих пор. Это не значит, что индийские цифры имели с самого начала современный вид. В течение многих столетий, переходя от народа к народу, они много раз изменялись, пока приняли современную форму. Арабы заимствовали у индийцев цифры и позиционную десятичную систему записи чисел. Европейцы, в свою очередь, узнали её от арабов. Поэтому цифры, которые мы используем, в отличие от римских, стали называться **арабскими**. Они употребляются в нашей стране, начиная примерно с XVII века.

О бесконечности натуральных чисел

Существует ли самое большое натуральное число? Долгое время люди давали положительный ответ на этот вопрос. Вначале самым большим числом было 2, затем 3, 4 и т. д. В Древней Руси о числе 10 000 говорили «тьма», то есть тёмное число, которое нельзя ясно представить. В Древней Греции считалось, что самым большим числом является число песчинок на земле. Со временем людям пришлось полностью отказаться от мысли о самом большом натуральном числе. Ещё древнегреческий учёный Архимед в книге «Псаммит» («Исчисление песчинок») доказал, что счёт можно продолжать неограниченно. Однако потребовались многие века для того, чтобы идея бесконечности натурального ряда чисел стала общедоступной. Что же таится за многоточием в записи: 1, 2, 3 ...? Как понимать слова «Натуральный ряд чисел бесконечен»? Возьмём полоску и будем писать на ней 1, 2, 3, 4, 5 ... Даже если взять полоску длиной в 1 км, то, когда мы её всю испишем, процесс написания чисел не окончится. Поэтому возьмём полоску побольше. Например, равную расстоянию от Бреста до Владивостока. Чтобы всю её заполнить числами, придётся несколько лет идти с запада на восток. Но всё равно, хотя написанные числа будут очень большими, за каждым из них идёт

следующее. Не окончится наша работа и тогда, когда мы намотаем полоску, как клубок ниток, на земной шар сто, двести, миллион раз. Вот уже полоска обошла земной шар так много раз, что под ней оказались самые высокие горы, внутрь нашего фантастического шара попали орбиты далёких планет и даже самые далёкие от нас туманности. И сколько бы ни писали эти числа мы, наши дети и внуки, конца этому процессу никогда не будет. Вот что значит такая простая запись: 1, 2, 3

Материалы взяты из учебника «Математика» Л.Г. Петерсон для 3 класса

Глава 1. Математический язык

§ 2. Математические модели

1. Перевод условия задачи на математический язык

141

Пуассон (Poisson) Симеон Дени (1781 – 1840) — выдающийся французский ученый, которого по праву считают одним из создателей современной математической физики.

Интересным будет узнать, что юный Симеон рос совершенно обычным, ничем не примечательным мальчиком и никаких особых надежд в раннем детстве не подавал. Его родители считали умственные способности сына очень слабыми. Талант Симеона проявился позже: в его руках случайно оказался журнал, издаваемый одним из самых лучших учебных заведений Франции — Политехнической школой. Чтение этого журнала вдруг увлекло Симеона, еще занятнее было решать предлагавшиеся в журнале математические задачи, одна из которых и предлагается в нашем учебнике. Неожиданно решение задач оказалось делом очень легким для мальчика, который нигде никогда этому не учился; он просто «щелкал» их одну за другой. Родители Пуассона быстро изменили мнение об умственных способностях своего сына и отправили в школу. В школе Пуассон учился блестяще. Его дарование и трудолюбие позволили ему сильно оторваться от своих сверстников. Когда он выходил к доске, учителя уже знали, что сейчас они услышат много нового и интересного для себя, а ученики часто вообще мало что понимали. Два года спустя семнадцатилетний Симеон был принят в Полиграфическую школу в Париже, с журналов которой и начался его интерес к математике.

Однажды Пьер Лаплас, преподаватель Политехнической школы, спрашивая учеников по небесной механике, попросил одного из них объяснить решение какого-то вопроса и к своему удивлению получил ответ, представлявший совершенно новое и изящное решение. Автором его оказался Пуассон. С тех пор Лаплас, Лагранж и другие профессора обратили внимание на молодого человека.

Лаплас и Лагранж гордились замечательными способностями Симеона Дени и занимались с ним особенно много. Пуассон в совершенстве знал труды многих своих предшественников, особенно подробно он изучал работы Эйлера и Д'Аламбера. Позднее друг и биограф Пуассона, выдающийся физик и тоже воспитанник Политехнической школы Франсуа Араго, писал: «Пуассон никогда не имел надобности тратить время и силы на искание того, что уже было найдено». Не случайно поэтому, что уже в двадцать лет Пуассон сделал свои первые математические открытия, сразу принесшие ему известность. Было бы, впрочем, неверно думать, что в студенческие годы, да и позже тоже, Пуассону было чуждо все, не связанное с математикой. Он был общительным и жизнерадостным человеком, очень любил и часто посещал театр, знал наизусть сочинения Мольера и Корнеля, трагедии Расина.

Дальнейшая жизнь Пуассона также оказалась во многом связанной с Политехнической школой, где он становится профессором уже в 25 лет. В 1812 году Пуассон был избран академиком Парижской академии наук; с 1820 года он — член Совета Парижского университета. Ему поручается наблюдение за преподаванием математики во всех колледжах Франции. Педагогическую работу Пуассон любил, об этом говорит и его известное высказывание: «Жизнь украшается двумя вещами — занятием математикой и ее преподаванием». Лекции Пуассона отличались ясностью и глубиной.

Научные труды Пуассона насчитывают порядка 300 работ, большинство из которых относится к математической физике. В последние годы жизни он ставил перед собой задачу написать фундаментальный курс математической физики. До конца выполнить эту задачу Пуассон, к сожалению, не успел. Однако многие идеи и достижения Пуассона вошли в науку навсегда.

По материалам статьи Б. Геллер, Ю. Брук «Симеон Дени Пуассон», Журнал «Квант», 1982 г., №2

5. Введение обозначений

345

Пифагор Самосский — древнегреческий философ и математик.

Будущий великий математик и философ уже в детстве обнаружил большие способности к наукам. Пифагор с ранних лет стремился узнать как можно больше. Прожив 22 года в Египте (центре тогдашней научной и исследовательской деятельности) и 12 лет в Вавилоне, он получил глубокие знания в естественных и математических науках. Вскоре он основал свою философскую школу. Он собрал вокруг себя группу единомышленников и создал тайный кружок. Члены кружка изучали различные вопросы философии и математики. Деятельность пифагорейцев имела тайный характер. Новых членов в школу Пифагора принимали по особому ритуалу. Каждый новый член кружка давал клятву сохранять в тайне все, что происходит в школе, а также не рассказывать ничего о ее основателе Пифагоре, которого считали

пророком. Члены пифагорейской школы имели специальный знак — пентаграмму (звездчатый пятиугольник), по которому они узнавали друг друга.

Остановимся на работе пифагорейцев в математике, а именно их исследованиях в области чисел. Пифагорейцы верили, что в числовых закономерностях спрятана тайна мира. Мир чисел жил для них особой жизнью, числа имели свой особенный жизненный смысл. Пифагорейцы комбинировали числа и, придавая им мистическое значение, делили их на числа *добрые* — нечетные числа, и *злые* — четные числа. Они выделяли *совершенные* числа — каждое из них равно сумме своих делителей (если из числа делителей исключить само число). Например, совершенным числом является 6, так как сумма его делителей 1, 2, 3 равна шести. Интерес пифагорейцев привлекала и необычная пара чисел, каждое из которых равняется сумме делителей другого (но также без этого же числа). Пифагорейцы считали эти числа символом дружбы и называли *дружественными*. Так, однажды Пифагор на вопрос, кого следует считать другом, ответил: «Того, кто является моим вторым я, как числа 220 и 284». Отметим, что многие математики и более поздних времен занимались проблемой дружественных чисел.

Пифагорейцами были выделены *пирамидальные, многогранные* числа и т. д. В частности, *прямоугольным* называли целое число, равное произведению двух других целых чисел.

Изучая натуральный ряд чисел, пифагорейцы установили такое свойство сумм последовательных чисел: $1 + 2 = 3$, $1 + 2 + 3 = 6$, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ и т. д. Числа 1, 3, 6, 10, 15 ... они называли *треугольными* числами, потому что если сложить фигуру из кругов, количество которых соответствует каждому из этих чисел, то она будет иметь форму пятиугольника.

Из сказанного выше видно, что Пифагора и его учеников числа интересовали только в теоретическом плане. Изучение действий с числами пифагорейцев интересовало мало. Но исследования, проведенные пифагорейцами над числами и их свойствами, положили начало новой науке — геометрической алгебре. Величины рассматривались здесь как отрезки. Это имело огромное значение для дальнейшего развития математики.

По материалам книги «Энциклопедический словарь юного математика», составитель Савин А.П., Москва, «Педагогика», 1989 г.

Глава 2. Делимость натуральных чисел

§ 1. Основные понятия.

2. Простые и составные числа

Интерес математиков к простым числам огромен, начиная с древнейших времен. Само понятие простого числа было введено древнегреческим ученым Пифагором еще в VI веке до н. э. А в III веке до н. э. Евклид доказал, что простых чисел бесконечно много (то есть за каждым простым числом есть еще большее простое число). Другой греческий математик того же времени, Эратосфен, придумал остроумный способ составления списка простых чисел, который иногда используется в практических вычислениях и сегодня. Он записывал все числа от 1 до какого-либо числа, вычеркивал из него 1, а затем последовательно вычеркивал кратные 2, 3, 5, 7 и т.д. Каждый раз вычеркивались кратные первого «уцелевшего» числа (кроме, разумеется, самого этого числа):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40



Так как греки делали записи на покрытых воском табличках, а числа не вычеркивали, а выкалывали иглой, то таблица в конце вычислений напоминала решето. С тех пор метод Эратосфена называют «**решетом Эратосфена**»: в этом решете простые числа «отсеиваются» от остальных.

§ 4. Простые числа и делимость

4. Степень числа

Диофант Александрийский (III в.) – древнегреческий математик.

Диофант известен тем, что отказался от геометрического подхода к решению алгебраических задач, долгое время сдерживавшего развитие науки. Известно, что древние ученые выражали все алгебраические утверждения в геометрической форме. Вместо сложения чисел говорили о сложении отрезков, произведение двух чисел истолковывали как площадь прямоугольника, а произведение трех чисел – как объем прямоугольного параллелепипеда. С того времени и идут известные вам термины «квадрат числа», «куб числа»... Понятно, что при таком подходе нельзя было говорить, например, о произведении более чем трех чисел, и попытки выйти за эти «геометрические рамки» впервые обнаруживаются у Диофанта Александрийского. Именно в его книге «Арифметика» появляются зачатки буквенной символики. Он вводит обозначения для неизвестной величины и ее степеней (он использует степени выше, чем третья, вводя обозначения вплоть до шестой степени). Диофант применяет особые знаки для операции

вычитания и для обозначения равенства. Тем самым Диофант вносит неоценимый вклад в дальнейшее развитие математики.

По материалам книги «Энциклопедический словарь юного математика», составитель А.П. Савин, 1989

§ 5. Еще немного логики

1. Равносильность предложений

820

Об учебнике «Арифметика» Л.Ф. Магницкого

14 января 1701 года Петр I подписал указ об учреждении в Москве Школы математических и навигацких наук, в которую принимались дети из различных сословий. После окончания школы они направлялись на военную, морскую и государственную службу. 22 февраля 1701 года учителем этой школы был назначен лучший в то время математик Москвы Леонтий Филиппович Магницкий (1669 — 1739), которому и поручили написать для школы учебник по математике. 21 ноября 1701 г. рукопись учебника была закончена и в 1703 г. вышла в свет. Книга использовалась не только в учебных заведениях, но и для самообразования. Один из экземпляров «Арифметики» в 1725 году попал к юному М.В. Ломоносову, который хранил эту книгу до конца своих дней и называл «вратами учености».

В «Арифметике» Магницкого, как и во всех учебниках того времени, рассматривается пять действий: нумерация, сложение, вычитание, умножение и деление. Рядом с русскими Магницкий параллельно дает также их греческие и латинские названия. В учебнике строго и последовательно проведена одна форма изложения: каждое новое правило начинается с простого примера, потом идет общая формулировка, которая закрепляется большим количеством примеров и задач. Каждое действие сопровождается правилом проверки («поверением»); это делается как для арифметических, так и для алгебраических действий.

Наряду с подробным и систематическим изложением арифметики книга содержит также сведения из алгебры, геометрии, тригонометрии, астрономии и навигации. По ней российский читатель впервые знакомился с действиями над многочленами, с правилами решения уравнений первой и второй степеней. В «Арифметике» Магницкого впервые в России для вычислений использовались арабские цифры, впервые было изложено учение о десятичных дробях. Магницкий впервые ввел термины «множитель», «делитель», «произведение», а также заменил устаревшие слова «тьма», «легион» словами «миллион», «биллион», «триллион», «квадриллион».

Отметим, что «Арифметика» Магницкого долгое время пользовалась широким распространением и вышла из употребления в середине 50-х годов XVIII столетия.

5 класс, часть 2

Из истории дробей

С самых древних времен для решения жизненно важных вопросов людям приходилось считать предметы и измерять величины, то есть отвечать на вопрос «Сколько?»: сколько овец в стаде, сколько мер зерна собрано с поля, сколько верст от села до уездного центра и т. д. Так появились **числа**. Как иногда в шутку говорят математики, «Бог создал натуральные числа, а все остальное – дело рук человеческих».

Родиной математики считают **Ближний Восток**. Древний Ближний Восток считается колыбелью цивилизации. Именно здесь стали впервые практиковать круглогодичное интенсивное земледелие, здесь впервые в мире возникли письменность, гончарный круг, а затем колесо и мельничный жёрнов, создано первое государство, законодательство, а затем и первая империя. Здесь впервые возникло военное дело, здесь заложены основания таких дисциплин, как астрономия и математика.

Для ответа на вопрос «Сколько?» натуральных чисел очень часто не хватало. Так, убив мамонта и разделив его поровну, 10 охотников не могли сказать, «сколько мамонтов» получил каждый. И еще долгое время после того, как мамонты вымерли, разделив три лепешки поровну на пятерых своих детей, их мама не могла сказать, сколько же лепешек получил каждый. Человечеству понадобилось придумать новые – **дробные** – числа, то есть придумать дроби. Потребность в более точных измерениях величин привела к тому, что единицы измерения стали делить на несколько равных частей: 2, 4, 8 и т. д. Каждая часть первоначальной мерки получала своё собственное название. Например, половину в Древней Руси называли ещё ПОЛТИНОЙ, о четвёртой части говорили – ЧЕТЬ, о восьмой части – ПОЛЧЕТЬ, о шестнадцатой части – ПОЛПОЛЧЕТЬ и т. д. Равные части целой мерки называли **долями**: четвёртые доли, восьмые, шестнадцатые и т. д. Несколько равных долей стали называть **дробями**.

Интересная система дробей была принята в **Древнем Риме**. Она основывалась на делении древнеримской единицы массы, которая называлась АСС. Асс делили на 12 равных частей. Двенадцатую часть асса называли УНЦИЕЙ. Со временем унции стали применять для измерения других величин. Например, римлянин мог сказать, что он прошёл 7 унций пути. При этом речь, конечно, не шла о взвешивании пути. Имелось в виду, что пройдено семь «двенадцатых долей» пути. Так постепенно происходил переход от конкретных дробей к отвлечённым дробям, не связанным с какой-нибудь определённой мерой.

Запись дробей и правила действий с ними в древности были так сложны, что учение о дробях считалось самым трудным разделом арифметики. Чтобы его освоить, приходилось заучивать огромное число правил действий с дробями. Например, в Древнем Риме в ходу было 18 различных дробей: СЕМИС –

половина асса, СЕКСТАНС – шестая доля, СЕСКУНЦИЯ – восьмая, ТРИЕНС – треть асса, БЕС – две трети, и т. д.

Правил работы с дробями было так много, что умение оперировать ими воспринималось как чудо. Поэтому всегда и везде знание дробей пользовалось особым почётом и уважением. Так, например, автор славянской рукописи XVI века пишет: «Несть се дивно, что в целых, а то похвально, что в долях...»

А вот как об этом писал в своей знаменитой «Арифметике» русский математик XVIII века Л. Ф. Магницкий:

Но несть тот арифметик,

Иже в целых ответчик,

А в долях ничтоже

Отвещате возможе.

Тем же о ты радаяй,

Буди в частях умеяй.

В древности основные дроби, которые были в обиходе, обозначали специальными знаками. Остальные дроби получались из основных с помощью арифметических действий.

Например, некоторые дроби в Древнем Египте записывали так:

половина – ∇ три четверти – $\frac{\nabla}{\chi}$ треть – ρ
четверть – χ шестая часть – $\frac{\rho}{\zeta}$

У древних римлян унция обозначалась чертой «—», половина асса, или 6 унций, – буквой S. А семь двенадцатых записывались так: «S—». Современная система записи дробей была создана в Индии, а затем усовершенствована арабами. Широкое распространение эта запись получила совсем недавно – начиная с XIII века.

Старинные задачи с дробями

Задача из «Папируса Ахмеса» (Египет, 1850 г. до н. э.)

«Приходит пастух с 70 быками. Его спрашивают:

– Сколько приводишь ты своего многочисленного стада?

Пастух отвечает:

– Я привожу две трети от трети скота. Сочти!»

Задача аль-Хорезми (Средняя Азия, IX век н. э.)

«Найти число, зная, что если отнять от него одну треть и одну четверть, то получится 10».

Материалы взяты из учебника «Математика» Л.Г. Петерсон для 4 класса

Архимед — древнегреческий математик, физик и инженер. Автор многочисленных открытий в геометрии.

Архимед родился в 287 до н. э. в Сиракузах — греческой колонии на самом большом острове Средиземноморья — Сицилии. По некоторым сведениям отец Архимеда, Фидий, был астрономом и математиком. Именно отец привил ребенку любовь к наукам, которая впоследствии переросла в дело всей жизни Архимеда. Учиться отец отправил Архимеда в Александрию Египетскую, которая в античном мире была научным и культурным центром. Здесь Архимед познакомился с известными учеными того времени: Эратосфеном, Кононом. В процветавшей в то время Александрийской библиотеке (в ней тогда насчитывалось около 700 000 рукописей) Архимед изучил труды некоторых греческих геометров. Эти знания оченьгодились ему в дальнейшем.

После обучения Архимед вернулся на родной остров Мальта, где стал заниматься наукой. О жизни его в этот период известно немного. Еще при жизни ученого о нем начали слагать многочисленные легенды, а спустя многие столетия путаница лишь усилилась.

Широко известной является легенда о том, как Архимед нашел в бане способ определения плотности тел с помощью погружения их в жидкость. Решение задачи об определении количества золота и серебра в короне Гиерона пришло ему в голову, когда он сидел в ванну, после чего Архимед побежал домой с криком: Эврика! (Нашел!). Закон Архимеда остался в истории навсегда, им пользуются при проектировании любых кораблей. Сотни тысяч судов бороздят океаны, моря и реки, и каждое из них держится на поверхности воды благодаря закону, открытому Архимедом.

Так же известно то, что родным Сиракузам Архимед сделал немало очень ценных подарков. Развив идеи использования рычага, ученый создал в порту Сиракуз целый комплекс блочно-рычажных механизмов, которые значительно облегчили и ускорили процесс транспортировки тяжелых грузов.

Шнек (винт Архимеда), изобретенный им, дал возможность сравнительно просто получать большое количество воды из низколежащих водоемов. Оросительные каналы получили бесперебойную подачу влаги, и сиракузцы могли быть спокойными за свои урожаи. Сегодня «Архимедовы винты» используются во многих отраслях. А в Египте они до сих пор подают воду на поля.

Но главную услугу родному городу Архимед оказал в 212 году до н. э., когда, во время Второй Пунической войны, римляне осадили Сиракузы. 75-летний ученый принимал активное участие в обороне, применяя на практике свои новые изобретения. Им были созданы мощные метательные машины, уникальные для того времени. Эти машины могли запускать камни весом до 250 кг. Когда римляне прорвались поближе к городу, их встретил град камней из легких метательных машин. Спускаемые крюки мощных подъемных кранов, еще одного изобретения Архимеда, цепляли римские

галеры за носы и поднимали их в воздух. Галеры переворачивались, падали вниз и тонули.

В результате римлянам пришлось перейти на длительную осаду, поскольку они поняли бесполезность штурма города, охраняемого ученым. Несмотря на все усилия Архимеда, Сиракузы в результате предательства все же были захвачены. Во время штурма города римлянами Архимед был убит. По этому поводу существует сразу несколько версий. По одной из них, во время боя Архимед увлеченно что-то чертил на песке возле дома. Когда римский солдат наступил на чертеж, ученый с криком набросился на него и был убит.

На могиле Архимеда был поставлен памятник с изображением шара и описанного около него цилиндра. Эпитафия указывала, что объемы этих тел относятся, как 2 : 3, — это открытие Архимеда, которое он особенно ценил.

По материалам статьи Н. Горькавого «Сказки об ученом Архимеде, который стоил целой армии», журнал «Наука и жизнь», 2013 г., №11 и др.

400

Факториалы используются, например, для записи формул и ведения расчетов в комбинаторике. **Комбинаторика** — это раздел математики, с которым ты познакомишься в 8-м классе. В нем изучают способы подсчета количества комбинаций, образованных из элементов какого-то определенного множества. Уже в начальной школе ты имел возможность решать задачи, связанные с перебором различных вариантов, готовясь тем самым к изучению этого раздела математики (в второй части учебника 5 класса такие задания тоже есть, это №912 и №1037). Комбинаторика является не только интересным, но и полезным разделом математики — она связана со многими другими разделами математики и имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например, в информатике, в генетике, и др.).

Глава 4. Десятичные дроби

§ 1. Понятие десятичной дроби

1. Новая запись чисел

Открытие десятичных дробей

В истории было много разных способов для записи натуральных чисел, но в конце концов «победила» одна — десятичная позиционная система записи, которая в настоящее время получила наибольшее распространение. Похожая история произошла и с записью дробей. Дроби, как известно, возникли в связи с делением предмета на несколько равных частей. И поскольку в различных практических задачах приходится делить на разное число равных частей, то и дроби рассматриваются с самыми различными знаменателями. При этом вычисления с дробями гораздо сложнее, чем вычисления с натуральными числами, в чем каждый уже убедился на собственном опыте. Так, в Древнем

Египте такие вычисления могли проводить только жрецы – самые образованные люди того времени.

Около шести столетий назад, в XV веке, знаменитый ученый Средневековья Аль-Каши из города Самарканда изобрел способ записи дробей, который позволил резко уменьшить сложность вычислений. В Европе этот способ записи дробей заново изобрел более столетия спустя голландский ученый Симон Стевин. Идея заключалась в том, чтобы рассматривать только дроби со знаменателями 10, 100, 1000 и т.д. Несколько позднее дроби со стандартными знаменателями вида 10^n ($n \in \mathbb{N}$) стали записывать в строчку и называть *десятичными дробями*. А введенные ранее привычные дроби стали называть *обыкновенными*.

Изобретение десятичных дробей существенно повлияло не только на научную жизнь, но и на жизнь простых людей. Благодаря этим дробям оказалось возможным – через много лет – перейти к единой системе измерения величин, к **метрической системе мер**, которой мы широко пользуемся в быту.

Так, единицы расстояния, массы, площади, объема принято делить именно на 10, 100, 1000 и т.д. частей, и известные «приставки» *деци, санти, милли* возникли от латинских слов *decimus, centesimus, miliarius* (десятый, сотый, тысячный):

$$\begin{aligned}1 \text{ дм} &= 0,1 \text{ м}; \\1 \text{ см} &= 0,01 \text{ м}; \\1 \text{ мм} &= 0,001 \text{ м}.\end{aligned}$$

Денежные единицы большинства стран делятся на 100 частей:

$$\begin{aligned}1 \text{ копейка} &= 0,01 \text{ рубля}, \\1 \text{ цент} &= 0,01 \text{ доллара}, \\1 \text{ евроцент} &= 0,01 \text{ евро}, \\1 \text{ пенс} &= 0,01 \text{ фунта стерлингов}.\end{aligned}$$

Вместе с тем для некоторых величин по традиции, идущей из древности, используют не десятичные, а другие соотношения. Так, например, при измерении времени некоторые более мелкие единицы равны $\frac{1}{60}$ части более крупных:

$$1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч}, \quad 1 \text{ с} = \frac{1}{60} \text{ мин}.$$

Интересно также, что в спорте используется «смешанная» система измерения времени: минуты делят на 60 частей, а секунды – на 10 и 100 частей. Поэтому результат бегуна на 400 м записывается в виде 4 : 04,25 или 4 : 04.25 – при этом минуты и секунды разделяются, как это ни странно с точки зрения математической традиции, двоеточием.

1123

6 класс, часть 1

Глава 1. Язык и логика

§ 1. Отрицание высказываний

1. Понятие отрицания.

Логика является одной из древнейших наук, родиной которой считают Древнюю Грецию. Именно здесь в V – IV вв. до н. э. трудами таких философов, как Демокрит, Сократ и Платон, были заложены основы этой науки. Родоначальником же логики по праву считается величайший мыслитель древности, ученик Платона *Аристотель* (384 – 322 гг. до н.э.). В его трудах «*Органон*» («*Орудия познания*») были сформулированы основные законы мышления, в том числе и *закон исключенного третьего*.

По материалам книги Е.К. Войшвилло, М.Г. Дегтяре «Логика», 2001 г.

6

Леонард Эйлер (1707–1783) – гениальный математик, физик, механик и астроном – прожил значительную часть своей жизни в России и похоронен в Санкт-Петербурге. Он – один из величайших тружеников в истории науки. Ему принадлежат более 800 исследований по самым разнообразным проблемам. В 1909 году Швейцарское естественно-научное общество приступило к изданию полного собрания сочинений Эйлера. С тех пор прошел срок больший, чем вся жизнь Эйлера, издано около семидесяти томов его сочинений, а издание еще не закончено.

Переписка Эйлера составляет свыше 3000 писем. Все ученые, современники Эйлера, делились с ним плодами своих размышлений, просили его высказать свое суждение по интересующим их проблемам и всегда находили отклик и поддержку.

Джон Венн (1834–1923) – английский философ, великий логик. Прежде всего, он известен введением диаграмм Венна, а точнее, подробным изложением и широким использованием способа изображения множеств в виде кругов, предложенного ранее Эйлером. Известный вам способ изображения множеств используют не только в математике, но и в других областях, например, в информатике.

По материалам книги В.М. Тихомирова «Великие математики прошлого и их великие теоремы», 2003 г.

Глава 2. Арифметика

§ 2. Проценты

1. Понятие о проценте.

Долгое время *проценты* применялись только в торговых и денежных сделках. Под процентами понимались исключительно прибыль и убыток на каждые 100 денежных единиц.

Первыми идею выражать части целого в одних и тех же долях придумали *древние вавилоняне*. Ряд задач клинописных табличек посвящен исчислению

процентов, однако вавилонские ростовщики считали не «со ста», а «с шестидесяти».

Денежные расчеты с процентами были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые платил должник ростовщику за каждую сотню взятых в долг денег. Римляне брали с должника *лихву* (т. е. деньги сверх того, что дали в долг). При этом говорили: «На каждые 100 сестерциев долга заплатить 16 сестерциев лихвы». Римский сенат даже вынужден был установить максимально допустимый процент, взимаемый с должника, так как некоторые ростовщики особенно усердствовали в получении процентных денег. От римлян проценты перешли к другим народам.

Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применив так называемое тройное правило, фактически пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов.

Позже область применения понятия процентов расширилась, понятие процента приобрело известный нам современный смысл. Проценты встречаются теперь в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике.

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

4. Сложный процентный рост.

В Средние века очень сильно распространена была торговля, в связи с чем много внимания было обращено на правильность и умение высчитывать *проценты*. Тогда уже торговцам приходилось считать не просто проценты, а *проценты с процентов, сложные проценты* и т.д. Некоторые компании даже составляли свои таблицы и схемы по вычислению процентов. Заметим, что эти таблицы считались коммерческой тайной и тщательно охранялись. Но уже в 1584 году таблицы с расчетом процентов перестали быть тайной. Дело в том, что инженер из Нидерландов *Симон Стевин* опубликовал таблицу процентов и эти сведения стали общедоступными.

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

6 класс, часть 2

Глава 2. Арифметика

§ 3. Отношения

3. Понятие пропорции. Основное свойство пропорции.

По имеющимся данным, в греческих сочинениях по математике дробей не встречается. Греческие ученые считали, что математика должна заниматься только целыми числами. «Возиться» с дробями они предоставляли купцам, ремесленникам, а также астрономам, землемерам, механикам и другому «черному люду». Но из-за этого у греческих ученых возникли затруднения с измерениями величин. Тогда им пришлось придумывать способ, как обходиться без того, чтобы выражать длины, площади и объемы дробными числами. Для этого они создали учение об отношениях величин, о равенстве таких отношений. *Равенство двух отношений* они стали называть латинским словом «пропорция» (греки применяли для этого греческое слово «аналогия»).

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

4. Свойства и преобразование пропорций.

Интересно, что понятие отношения применялось греками не только в математике. Кроме арифметики и геометрии, в греческую науку входила *музыка*. Музыкой греки называли *учение о гармонии*. Это учение опиралось на ту часть нашей арифметики, в которой говорится об *отношениях и пропорциях*. Греки знали: чем длиннее натянутая струна, тем ниже получается звук, который она издает, а короткая струна издает самый низкий звук. Но у всякого музыкального инструмента не одна, а несколько струн. Для того чтобы все струны при игре звучали «согласно», приятно для слуха, длины звучащих частей струн должны быть в определенном отношении. Поэтому *учение об отношениях* использовалось в греческой теории музыки.

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

266

Роберт Гук (1635–1703) – естествоиспытатель, ученый-энциклопедист, общеизвестен как автор закона, носящего его имя, – основного закона, на котором была построена механика упругого тела. («Правило или закон природы для всякого упругого тела состоит в том, что его сила или способность восстанавливать свое естественное состояние всегда пропорциональны той же мере, на которую оно выведено из этого своего естественного состояния»). Однако этот ученый славен и другими своими достижениями. Познакомимся с ними.

Широкую известность Гуку в 1665 году принес его труд «Микрография». Эта книга открыла человечеству новый мир. Все дело в том, что ученый усовершенствовал микроскоп и обнаружил клеточное строение растений. Считается, что от этой же книги берет начало и наука *палеонтология*.

Гук первым стал, с точки зрения науки, наблюдать за погодой, и поэтому его можно назвать основателем метеорологии.

Оказывается, помимо науки, Гук занимался и архитектурным творчеством. В качестве архитектора он построил множество зданий при восстановлении Лондона после пожара (например, Гринвичскую обсерваторию, церковь Вилленского прихода в Милтон Кинсе и др.).

Когда в марте 1675 года Карл II своим указом основал Королевскую обсерваторию, он поручил Гуку оснастить ее приборами и выбрать место для нее. Гринвич – это был выбор Гука. А, как известно, с XIX века Гринвичский меридиан принят нулевым для отсчета времени. То есть время мы тоже сверяем по Гуку.

Спустя много лет после смерти Гука были обнаружены не менее десяти открытий, сделанные им. Но многие из них стали известны миру под именами других ученых.

По материалам книги А.Н. Боголюбова «Роберт Гук», 1984 г.

Глава 3. Рациональные числа

§1. Понятие рационального числа

1. Положительные и отрицательные числа.

Термины положительный и отрицательный произошли от слов *plus* – «больше», *minus* – «меньше». Сначала их обозначали первыми буквами *p* и *m*. Возникновение современных знаков «+», «–» не совсем ясно. Возможно, они возникли из торговой практики: проданные меры вина отмечались на бочке знаком «–», а при восстановлении запаса их перечеркивали, получался знак «+».

В Италии ростовщики, давая деньги в долг, ставили перед именем должника сумму долга и черточку, вроде нашего минуса, а когда должник возвращал деньги, зачеркивали ее, получалось что-то вроде нашего плюса. Можно же плюс считать зачеркнутым минусом!

А вот в книге немецкого ученого Михеля Штифеля «Полная арифметика» (1544 г.) есть такие записи для чисел: $0 - 2$; $0 - 5$ и $0 + 2$; $0 + 7$. Числа первого вида он назвал «меньше, чем ничего» или «ниже, чем ничего». Числа второго вида назвал «больше, чем ничего» или «выше, чем ничего». Понятно, что «ничего» – это 0.

По материалам Математического энциклопедического словаря, 1995 г.

316

Знаков «+» и «–» в древности не было ни для чисел, ни для действий. Люди долго не могли привыкнуть к отрицательным числам. Отрицательные числа казались непонятными и ими не пользовались. Положительные числа долго трактовали как «прибыль», а отрицательные – как «долг», «убыток». Лишь в Древней Индии и Китае догадались вместо слов «долг в 10 юаней» писать просто «10 юаней», но *рисовать* эти иероглифы *черной тушью*.

По материалам справочника Н.В. Александровой «Математические термины», 1978 г.

2. Противоположные числа и модуль.

Понятие *модуля* фигурирует в различных разделах математики, хотя иногда и под другими названиями – абсолютное значение, норма, абсолютная величина. Общее понятие модуля впервые встречается во второй половине XIX века в работах Р. Дедекинда и Л. Кронекера.

По материалам Математической энциклопедии, <https://gufo.me/>

§ 2. Арифметика рациональных чисел

1. Сложение рациональных чисел. Алгебраическая сумма.

428

Существует мнение, что слово «*алгоритм*» появилось в науке в результате ошибки, сделанной при переводе труда одного арабского ученого на латинский язык. Этим ученым был математик **Мухаммед ибн Муса**, который родился в IX веке в среднеазиатском государстве Хорезме. В то время латинский язык был общепризнанным языком науки и при переводе слово «ал-Хорезми» (хоризмиец) переводчик перевел неточно. У него получилось «ал-Горизми». И первые слова труда ученого прозвучали так: «Ал-Горизми говорит...». А потом слово стало звучать «алгоритми». Так появилось слово «*алгоритм*». Оно означает *выполнение любых операций по строго определенным правилам*.

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

3. Умножение рациональных чисел.

В Древнем Китае были известны лишь правила сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел; правила умножения и деления не применялись. Это можно понять из древних источников, чудом уцелевших после указа китайского императора Ши Хуан Ди. Дело в том, что во II веке до нашей эры этот китайский император, разгневавшись на ученых, повелел все научные книги сжечь, а их авторов и читателей казнить. Анализируя сохранившиеся отрывки книг, мы можем узнать, что китайцы не знали правила знаков при умножении положительных и отрицательных чисел. Впервые его сформулировали индийские ученые. В Индии относились к отрицательным числам с некоторым недоверием, считая их своеобразными и не совсем реальными. Долго не одобряли правила умножения и деления таких чисел и европейские математики, потому что истолкование этих правил через понятия «имущество», «долг» вызывало недоумение. Они понимали, что можно

«складывать» или «вычитать» имущества и долги. Однако, не находя реального смысла «умножения» или «деления» имущества на долг, сомневались в этих правилах.

По материалам книги И.Я. Депмана, Н.Я. Виленкина «За страницами учебника математики», 1989 г.

6 класс, часть 3

Глава 3. Рациональные числа

§ 3. Уравнения

4. Понятие уравнения.

85

Исаак Ньютон (1643–1727) – английский физик, математик, астроном.

Несмотря на то что имя Ньютона оставило яркий след в мировой науке, учился маленький Исаак сначала плохо. Трудным было для Ньютона начало школьной жизни. Он был слабым мальчиком, и одноклассники часто обижали его. Переносить столь унижительное положение было для самолюбивого Исаака Ньютона невыносимо, и оставалось одно: выделиться успехами в учебе. Упорной работой он добился того, что занял первое место в классе по успеваемости.

После серьезной подготовки Исаак Ньютон в 1660 году поступил в Кембридж в качестве *subsizar'a* (так назывались неимущие студенты, которые обязаны были прислуживать членам колледжа, что не могло не тяготить Ньютона).

По окончании университета Ньютон был оставлен там на работу. Однако вскоре, спасаясь от чумы, он почти на два года уехал в родную деревню. Этот «творческий отпуск» оказался исключительно эффективным. Подобных плодотворных периодов в его жизни больше не повторялось. А так как гениев такого уровня вообще в истории было мало, похоже, история науки не знает другого примера столь яркой вспышки творчества. За эти пять лет были выполнены основные эксперименты по оптике, преобразовавшие этот раздел физики; в частности, был создан первый практически удовлетворительный телескоп-рефлектор (это достижение Ньютона первым получило широкую известность). Тогда же было разработано дифференциальное и интегральное исчисление и вообще развит тот раздел математики, который теперь называется «Математический анализ». И в этот же период, по свидетельству Ньютона, им был открыт закон всемирного тяготения.

Отметим также, что новые деньги, отчеканенные под руководством Ньютона в невероятно короткие сроки, способствовали процветанию британской экономики в течение всего XVIII столетия.

По материалам книги Д.В. Аносова «От Ньютона к Кеплеру», Библиотека «Математическое просвещение», 2002 г.

§ 4. Координатная плоскость

1. Прямоугольные координаты на плоскости.

Декарт Рене (1596–1650) – французский математик, физик, философ и физиолог.

В математике Декарт первым ввел понятие переменной величины и функции в 1637 году. Именно Декарт предложил использовать первые три буквы латинского алфавита (*A*, *B* и *C*) для постоянных величин, а последние три (*X*, *Y* и *Z*) – для переменных.

Рене Декарт считается основателем аналитической геометрии. Это раздел геометрии, в котором геометрические фигуры и их свойства исследуются средствами алгебры. На уроках геометрии в старших классах вы обязательно познакомитесь с элементами аналитической геометрии, основы которой были заложены еще в XVII веке.

Отметим также, что на карте Луны вы сможете найти имя Рене Декарта – в честь великого ученого названо одно из лунных морей.

По материалам книги В.М. Тихомирова «Великие математики прошлого и их великие теоремы», Москва, Издательство МЦНМО, 2003 г.

2. Графики зависимостей величин.

Даниэль Габриэль Фаренгейт (1686–1736) – немецкий стеклодув и механик, большую часть жизни прожил в Нидерландах. В 1714 году Фаренгейт предложил следующую шкалу термометра: за нижнюю точку холода Даниэль взял соль со льдом (около $-17,8$ градусов по Цельсию), верхнюю – температуру тела лошади ($+37,8$ градусов по Цельсию). Разницу между этими температурами Фаренгейт разбил на 100 равных частей.

Андерс Цельсий (1701–1744) – шведский астроном и физик. В 1742 году Цельсий опубликовал работу с описанием стоградусной шкалы термометра, в которой температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении была принята за 0° , а температура таяния льда – за 100° . Позже шведский биолог Линней «перевернул» эту шкалу, приняв за 0° температуру таяния льда. Этой шкалой мы пользуемся до сих пор, называя ее шкалой Цельсия.

Шкала Фаренгейта долгое время пользовалась большой популярностью. Позже ее почти везде в Европе вытеснила шкала Цельсия, однако для повседневных измерений система Фаренгейта используется и сейчас, в первую очередь в США, а также в Великобритании и Канаде.

По материалам статьи Ю. Москаленко познавательного журнала «Школа жизни.ру»

Глава 4. Геометрия

§ 1. Геометрические фигуры на плоскости

1. Что такое геометрия? Рисунки и определения геометрических понятий.

Евклид (около 365 г.–300 г. до нашей эры) – древнегреческий математик. Об этом поразительном человеке история сохранила настолько мало сведений, что нередко возникают сомнения в самом его существовании. До нас дошли только отдельные легенды о нем.

Одна из легенд рассказывает о том, как царь Птолемей решил изучить геометрию и призвал Евклида, чтобы тот указал ему легкий путь к математике. «К геометрии нет царской дороги», – ответил ему ученый. Так в виде легенды дошло до нас это ставшее крылатым выражение.

Царь Птолемей I, чтобы возвеличить свое государство, привлекал в страну ученых и поэтов, создав для них храм муз – Мусейон. Здесь были залы для занятий, ботанический и зоологический сады, астрономический кабинет, астрономическая башня, комнаты для уединенной работы и главное – великолепная библиотека. В числе приглашенных ученых оказался и Евклид, который основал в Александрии – столице Египта – математическую школу и написал для ее учеников свой фундаментальный труд под названием «Начала» – главный труд своей жизни. Полагают, что он был написан около 325 г. до нашей эры.

Чтобы понять, насколько фундаментальным был его труд, приведем лишь один факт. В течение двух тысяч лет геометрию узнавали либо из труда «Начала» Евклида, либо из учебников, написанных на основе этой книги. Это подтверждает то величайшее искусство, с которым Евклид расположил геометрический материал по всем 13 книгам, из которых состоит «Начала». Изложение он вел так, чтобы трудности при изучении содержания не возникали преждевременно. Так что основной заслугой Евклида являются не собственные его научные исследования в математике, а педагогический талант, который он продемонстрировал при подведении итогов построения геометрии и их изложении.

Знание основ Евклидовой геометрии является и по сей день необходимым элементом общего образования во всем мире. Ее основы вы и будете изучать на уроках геометрии, начиная с 7-го класса.

По материалам книги «Энциклопедический словарь юного математика», составитель А.П. Савин, Москва «Педагогика», 1989 г.

§ 2. Геометрические фигуры в пространстве

3. Тела вращения.

513

Вычисление числа π . Вычисления числа π претерпели удивительную эволюцию – от наивных оценок древних, тысячелетия потративших для того, чтобы определить первые два знака после запятой этого числа, до миллиардов знаков, полученных в наши дни. Рекорд в первой половине XX века установил

Уильям Шенкс – 530 знаков (из них 527 верных). В последующем Шенкс упорно работал над вычислениями новых знаков, доведя их количество до 707. Вычисленные Шенксом 707 десятичных знаков числа π появились на страницах научно-популярных изданий. Архитекторы стали украшать ими свои сооружения. Именно эти 707 цифр были размещены в виде гипсового фриза под потолком «цифирной палаты» в Доме занимательной науки на Фонтанке (Санкт - Петербург) в 1934 году.

Благодаря компьютерной революции XX века история числа π сделала новый виток. Уже первые проверки на появившихся в 1945 году электронно-вычислительных машинах показали, что Уильям Шенкс в своих расчетах ошибся, начиная с 528 знака, так что весь последующий «хвост» из 180 знаков оказался неверным.

Казалось бы, эра компьютеров окончательно и безвозвратно остановила удивительный «марафон», начатый с вычисления Архимедом трех точных знаков числа π ! Но нет! «Марафон» продолжается!

В 1999 году сотрудниками Токийского университета Ясумасой Канадой и Дайсуке Такахашаи на компьютере HITACHI SR 8000 было вычислено 206 158 430 000 цифр числа π .

Название числа π . Обозначение этого числа произошло от греческого слова «периферия» – то есть окружность, по гречески περιφέρεια. Несмотря на то, что числом пользовались еще со времен древних греков и египтян, название это число получило только в 1706 году. Впервые его использовал математик из Англии – Уильям Джонс. Однако мир признал π под этим названием только в 1736 году, когда его систематически стал употреблять Леонард Эйлер.

День рождения числа π . У числа π есть даже свой день – день рождения числа π , празднуемый во всем мире! Неудивительно, что этот день – 14 марта – то есть 3,14 (третий месяц, 14 день). Этот праздник в 1987 году придумал физик Ларри Шоу. Кульминация праздника приходится, что неудивительно, на 1 час 59 минут 26 секунд после полудня. Напоминаем – число $\pi = 3,1415926$. То есть другого времени праздновать просто не могло быть! На день рождения числа π принято печь круглый пирог с узором внутри пирога в виде значка π .

По материалам брошюры А.В Жукова «О числе π », Москва, МЦНМО, Библиотека «Математическое просвещение», 2002 г.

§ 4. Симметрия фигур

3. Правильные многоугольники.

Карл Фридрих Гаусс (1777–1855) – немецкий математик, механик, физик, астроном и геодезист. На медали под барельефом Гаусса было написано: Mathematicorum princeps (Король математиков).

В 7 лет Карл Фридрих поступил в Екатерининскую народную школу. Поскольку считать там начинали с третьего класса, первые два года на маленького Гаусса внимания не обращали. В третий класс ученики обычно попадали в 10-летнем возрасте и учились там до 15 лет. Учителю Бюттнеру приходилось заниматься одновременно с детьми разного возраста и разной подготовки. Поэтому он давал обычно части учеников длинные задания на вычисление с тем, чтобы иметь возможность беседовать с другими учениками. Однажды группе учеников, среди которых был Гаусс, было предложено просуммировать натуральные числа от 1 до 100. (Разные источники называют разные числа!) По мере выполнения задания ученики должны были класть на стол учителя свои грифельные доски. Порядок досок учитывался при выставлении оценок. 10-летний Гаусс положил свою доску, едва Бюттнер кончил диктовать задание. К всеобщему удивлению, лишь у него ответ был правильным. Секрет был прост: пока диктовалось задание, Гаусс нашел настолько рациональный способ решения сложения этих чисел, что для получения результата ему потребовалось совсем мало времени. Фактически маленькому Карлу удалось самому переоткрыть формулу суммы арифметической прогрессии, которую вы будете изучать в 9-м классе.

В школе, где учился Гаусс, помощником учителя, основной обязанностью которого было чинить перья младшим ученикам, работал некто Бартельс, интересовавшийся математикой и имевший несколько математических книг. Гаусс и Бартельс начинают заниматься вместе, изучая вопросы, выходящие за рамки школьной программы. Интересно, что через некоторое время, когда Бартельс получит кафедру чистой математики в Казанском университете, он будет учить математике Ивана Лобачевского – будущего известного русского геометра.

Первым собственным открытием Гаусса считают способ построения правильного 17-угольника (многоугольник с 17 равными сторонами и углами). Еще со времен Евклида были известны способы построения только некоторых правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки, а именно: треугольник, пятиугольник, пятнадцатиугольник и тех, которые получаются из каждого из них путем последовательного удвоения числа его сторон. Гаусс же предлагает способ построения множества других многоугольников, в том числе и семнадцатиугольника. С описания этого способа и начинается дневник Гаусса – летопись его замечательных открытий. Следующая запись в дневнике появилась уже 8 апреля (два открытия сделаны им на протяжении 10 дней, за месяц до того, как ему исполнилось 19 лет!). В ней сообщалось о доказательстве теоремы, которую он назвал «золотой».

Гаусс находил применение своему гению в разных областях научной деятельности: геометрии, теории чисел, астрономии, геодезии, механике. И при этом сохранил трогательную любовь к своему первому открытию на всю жизнь: «Рассказывают, что Архимед завещал построить над своей могилой памятник в виде шара и цилиндра в память о том, что он нашел отношение объемов цилиндра и вписанного в него шара – $3 : 2$. Подобно Архимеду Гаусс

выразил желание, чтобы в памятнике на его могиле был увековечен семнадцатиугольник. Это показывает, какое значение сам Гаусс придавал своему открытию. На могильном камне Гаусса этого рисунка нет, но памятник, воздвигнутый Гауссу в Брауншвейге, стоит на семнадцатиугольном постаменте, правда, едва заметном зрителю».

По материалам книги С.Г. Гиндикина «Рассказы о физиках и математиках», МЦНМ, НМУ, серия «Библиотечка «Квант», 2001 г.

Старинные меры длины

К XVIII веку насчитывалось до 400 различных по величине единиц мер, употребляемых в разных странах. Разнообразие мер затрудняло торговые операции. Поэтому каждое государство стремилось установить единообразные меры для своей страны.

В России, ещё в XVI и XVII вв. были определены единые для всей страны системы мер. В XVIII в. в связи с экономическим развитием и необходимостью строгого учёта при внешней торговле, в России встал вопрос точности измерений, создании эталонов, на основе которых можно было бы организовать поверочное дело ("метрологию").

Вопрос выбора эталонов из множества существующих (и отечественных, и "заморских") оказался непростым. В середине XVIII в. иностранная монета и драгоценные металлы взвешивались в таможенных при поступлении, а затем неоднократно перевешивались на монетных дворах; при этом вес получался различным.

К середине 30-х годов XVIII в. сложилось мнение, что точнее весы в Петербургской таможне. Решено было сделать с тех таможенных весов образцовые, поместить их при Сенате и по ним производить поверку.

Образцом меры длины при определении величины аршина и сажени послужила линейка, принадлежавшая ранее Петру I. На линейке был обозначен полуаршин. По этой полуаршинной мере были изготовлены образцы мер длины – медный аршин и деревянная сажень.

Система мер, традиционно применявшихся на Руси и в Российской империи была стандартизирована на основе английских мер императорским указом 1835 года: введены дюйм, линия, точка, фут. Аршин² приравнен к 28 дюймам, сажень³ — к 7 футам, ряд устаревших мер (дольные по отношению к версте) исключены.

² 1 аршин = 1/3 сажени.

³ Первоначально она была значительно меньше — различные исследователи, правда, расходятся в мнениях: от 142 см до 152 см. Последняя величина равна расстоянию между большими пальцами вытянутых в стороны рук человека. Эта сажень, называвшаяся простой, или прямой саженью, содержала 4 локтя в 38 см, или 8 пядей в 19 см.

Позже на смену русской системе пришла метрическая система мер, которая была допущена к применению в России (в необязательном порядке) по закону от 4 июня 1899 года. Применение метрической системы мер в РСФСР стало обязательным с 14 сентября 1918 года, а в СССР — с 21 июля 1925 года (1 аршин равен 0,711200 метра, 1 фунт равен 0,40951241 килограмма).

Несмотря на отсутствие практического применения, названия русских мер продолжают использоваться во фразеологических оборотах и исторических исследованиях.

По материалам Википедии